猜想：绕 y 轴的任意转动可以由绕 x 轴和 z 轴的转动合成，进而绕任意定点的转动都可以由两个满足一定条件的给定定轴的转动合成。
前半句证明如下：
设出转动矩阵：

$$\mathrm{X1}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & cosa & -sina\\ 0 & sina & cosa\end{bmatrix}、\mathrm{Z}=\begin{bmatrix}cosb & -sinb & 0\\ sinb & cosb & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}、\mathrm{X2}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & cosc & -sinc\\ 0 & sinc & cosc\end{bmatrix}$$

设欲合成转动矩阵为：

$$\mathrm{Y}=\begin{bmatrix}cos\alpha & 0 & -sin\alpha\\ 0 & 1 & 0\\ sin\alpha & 0 & cos\alpha\end{bmatrix}$$

易知对任意给定矩阵 Y，仅由两个 X、Z 无法合成，下面考虑三个 X、Z 矩阵组合合成任意 Y：

令 $\mathrm{X1}\cdot\mathrm{Z}\cdot\mathrm{X2}=\mathrm{Y}$，即：

$$\begin{bmatrix}cosb & sinbcosc & sinbsinc\\ cosasinb & cosacosbcosc-sinasinc & -cosacosbsinc-sinacosc\\ sinasinb & sinacosbcosc+cosasinc & -sinacosbsinc+cosacosc\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}cos\alpha & 0 & -sin\alpha\\ 0 & 1 & 0\\ sin\alpha & 0 & cos\alpha\end{bmatrix}$$

要求对应元素相等，考虑简单的两组$\begin{cases}sinbcosc=0\\ cosasinb=0\end{cases}$，另外要求$\mathrm{sinb}\neq 0$

否则$sinbsinc=-sin\alpha$不对任意α恒成立。

所以$cosc=\mathrm{cosa}=0$，此时又由$cosacosbcosc-sinasinc=1$要求$sinasinc=-1$，因此有两套解，此时不妨取$sinc=-1$，$cosb=cos\alpha$，$sinb=sin\alpha$最后结果如下：

$$\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1\\ 0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}cosb & -sinb & 0\\ sinb & cosb & 0\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 0 & -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}cos\alpha & 0 & -sin\alpha\\ 0 & 1 & 0\\ sin\alpha & 0 & cos\alpha\end{bmatrix}$$

猜想：任意一个三维点群最多只需要三个生成元生成。
证明如下：
先证明用最多两个生成元就能生成所有点群中的第一类对称操作。

查阅南开大学群论讲义 64 页知三维第一类点群仅有：$C_n(n \geq 1), D_n(n \geq 2), T, O, I$
已知 T,O,I 群满足条件，$C_n(n \geq 1)$也满足条件，下面说明$D_n(n \geq 2)$也满足条件：

由于$D_n(n \geq 2)$有一个高次轴和 n 个 2 次轴，取高次轴的对称操作和一个二次轴的对称操作为生成元，用二次轴对称操作左乘高次轴循环群中的非单位元素可以得到 n-1 个各不相同的不属于高次轴循环群和选定二次轴操作的元素，由于群中此时仅剩下 n-1 个元素，则这 n-1 个元素均可由此左乘生成，证毕。

下面证明包含第二类操作的点群最多用三个生成元即可生成所有操作：
对于该群中的所有第一类操作可以通过选定的两个生成元生成，既然群中含有第二类操作，则第二类操作的个数一定与第一类操作相同，任取一个第二类操作为第三个生成元，用其左乘所有第一类操作就得到所有第二类操作，于是所有操作都可以由这三个选定的生成元生成。

猜想推广：对于 n 维点群，若只含有第一类操作，则最多只需要 n-1 个生成元；若含有第二类操作，则最多只需要 n 个生成元。
PS：能力有限，不知对错，猜想推广不做证明。