

“早起鸟”与“早起虫”之辨  
——来自一个没事胡思乱想的业余物理爱好者



有人根据“早起的鸟儿有虫吃”得出结论“早起的虫子被鸟吃”，并为自己独到的视角自鸣得意，但事实真的是这样的吗？下面我们先从逻辑上讨论一下这个问题中我们有的条件，再用一个简单的模型来尝试说明一下：

1. 第一个条件：“早起的鸟儿有虫吃”是一个有意义的论断。

那么也就是说“晚起的鸟儿比早起的鸟儿有虫吃的可能性小”，或者说“晚起的鸟儿的鸟均占虫数少”。

2. 第二个条件：“早起的鸟儿有虫吃”是一个不随时间变化而变化的规律，即具有时间平移不变性。

那么也就是说，“鸟儿吃的虫子占总虫子数的一小部分，使得早起的鸟儿在第二天仍有虫吃”。

3. 第三个条件：每只鸟儿吃的虫子有上限。

很容易理解，鸟儿吃饱了就不再吃了。

4. 第四个条件：每只鸟儿在没吃饱时吃的虫子数约与鸟均占虫数成正比。

没吃饱时，平均每只鸟遇到的虫子越多吃得越多。

下面是模型：

$$m_{\text{单鸟}} = \alpha \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}} e^{-\frac{1}{\beta} \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}} + \gamma e^{-\beta \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}}$$

即：

1. 若鸟均占虫数  $\frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$  相对于饱食度参数  $\beta$  非常大时，第一项可以忽略，第二项约为饱食捕虫量  $\gamma$ ，为一常数，此时每只鸟捕食虫子数趋于一个只与鸟最大捕食能力有关的常数。

2. 若鸟均占虫数  $\frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$  相对于饱食度参数  $\beta$  非常小时，第二项可以忽略，第一项约正比于鸟均占虫数  $\frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$ ，比例系数为  $\alpha$ ，此时每只鸟捕食虫子数与饱食参数无关，约正比于鸟均占虫数

$$\frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$$

很容易得出虫子被捕食概率：

$$P = \frac{n_{\text{鸟}} \times m_{\text{单鸟}}}{n_{\text{虫}}} = m_{\text{单鸟}} = \alpha e^{-\frac{1}{\beta} \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}} + \gamma \frac{n_{\text{鸟}}}{n_{\text{虫}}} e^{-\beta \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}}$$

下面根据条件一，近似地会有三种结果：

1. “早起鸟”和“晚起鸟”的鸟均占虫数都不足以达到饱食度，那么虫子被捕食的概率第一项贡献最大，即约为一个常数 $\alpha$ 。此时虫子不论早起晚起，“被鸟吃”的概率相近，论述“早起的虫子被鸟吃”不准确，因为“晚起的虫子同样被鸟吃”。

2. “早起鸟”的鸟均占虫数达到饱食度，“晚起鸟”的鸟均占虫数没有达到饱食度，那么无法判断早起虫子被捕食的概率 $\gamma \frac{n_{\text{鸟}}}{n_{\text{虫}}}$ 与晚起虫子被捕食的概率 $\alpha$ 的大小（因为模型中 $\alpha \frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$ 与 $\gamma$ 在饱食条件下大小关系不能确定），此时论述“早起的虫子被鸟吃”无法判断是否正确。

3. “早起鸟”和“晚起鸟”的鸟均占虫数都达到饱食度，那么由于“早起鸟”的鸟均占虫数 $\frac{n_{\text{虫}}}{n_{\text{鸟}}}$ 大，所以“早起虫”的被捕食概率 $\gamma \frac{n_{\text{鸟}}}{n_{\text{虫}}}$ 小，此时论述“早起的虫子被鸟吃”完全不正确，应改为“晚起的虫子被鸟吃”。

综上所述：如果“早起的鸟儿有虫吃”正确，那么“早起的虫子是否被鸟吃”要根据“早起鸟”与“晚起鸟”的饱食情况而论。

如果“早起鸟”和“晚起鸟”都能吃饱，那么虫子爱啥时候起啥时候起，被吃的概率一样；

如果“早起鸟”能吃饱“晚起鸟”不能吃饱，那么虫子也不知道什么时候起好，要根据当天“早起鸟”的鸟均占虫数和饱食捕虫量的关系确定；

如果“早起鸟”和“晚起鸟”都能吃饱，那么虫子最好早起，这样被吃的概率要小。