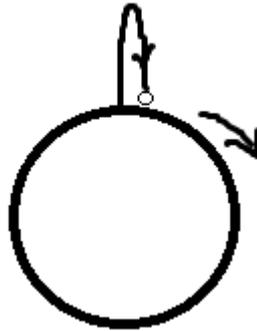


Infinite jumping ball



问：在地球上垂直上抛一个小球，忽略空气阻力的影响，小球能落回起抛点吗？

这似乎是一个中学物理的问题，但是如果考虑得更仔细些，说不定会得到不一样的答案：结果是不能，因为抛起的小球的运动轨道半径变大了，如果保持相同的切向速度，那么实际上经历相同的时间后小球走过的角度要比地球表面小些。

这当然只是一个定性的结论，我们更希望得到一些有用的可以用来观测的数据，比如在抛起多高的情况下能得到可以明显观测到的影响？或者如果重复弹起落下多次经过多长时间会有明显可观测的结果？

以下便就这两个问题分别做一讨论：

抛起多高的情况下能得到可以明显观测到的影响？

认为实验在赤道上进行，得到的偏差为 1 厘米认为可以明显观测到，则根据公式：

$$\Delta R = \frac{2v_0 v}{g} - R \int_0^{\frac{2v_0}{g}} \frac{v}{v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 + R} dt$$

我们需要的条件约为给小球一个 28m/s 的竖直初速度，提供约 40m 的最大高度即可。

重复弹起落下多次经过多长时间有明显可观测的结果？

如果我们的实验装置的高度有限，那么重复多次弹跳的累加效果也可以提供出可明显观测的现象。如我们的装置只有 1m 高，忽略每次给小球提供初速度的时间，那么连续的 1000 次弹跳也会积累出 4cm 多的偏差，当然这个实验要进行 15 分钟左右。

有人可能注意到了，我们的实验中所用到的 g 是一个常数，并且结果是在离地球表面不远处得到的。下面我们不妨大胆一些，尝试用万有引力定律的公式并提供更高的高度，看能不能得到更有趣的结果：

这次我们使用可以使初速度达到 5000m/s 的大炮轰击小球，将其轰至将近 8000km 的高空，这时我们发现，小球再次下落到地面附近需要将近 1400s。我们使这个刚毅的小球在赤道上移动了 90 多公里。这不禁让我们有了更大胆的想法，使用这个方法让小球绕地球一周如何？我们知道地球一周的长度大约是 4000km，这样我们就需要约 10800m/s 的初速度，在等待

了将近 29 个小时后，我们的小球回来了。哎，这次它好像飞得没那么远？没错，因为这次的小球是比地球少转了一周回来的！